Calculs vectoriels

Exercice 1 : Projection de bases

Soit $\mathscr{B}_0 = (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ et $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}))$ deux bases telles que :

- $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$
- $\left(\widehat{\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}}\right) = \alpha$

Soit $\overrightarrow{V} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$ et $\overrightarrow{W} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$.

Q1. ***Dessiner la figure plane représentant l'orientation de ces deux bases l'une par rapport à l'autre.***

Q2. ***Rappeler l'expression de $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$ et $\overrightarrow{z_1}$ dans la base $\mathscr{B}_0$***

.

Q3. ***Exprimer $\overrightarrow{V}$ dans la base $\mathscr{B}_0$.***

Q4. ***Calculer $\overrightarrow{W} \cdot \overrightarrow{x_0}$ sans utiliser la formule des coordonnées.***

Q5. ***Calculer $\overrightarrow{W} \cdot \overrightarrow{V}$ en utilisant la formule des coordonnées.***

Q6. ***Calculer $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{x_1} \wedge \overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{x_1} \wedge \overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{V} \wedge (2\overrightarrow{x_1})$, $\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{z_1}$, $\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{V} \wedge (\overrightarrow{V} + 3\overrightarrow{y_0} - 2\overrightarrow{x_1})$ (sans utiliser les formules des coordonnées).***

Q7. ***Calculer $\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{W}$ en utilisant les formules des coordonnées.***

On définit, en plus une nouvelle base : $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}))$ avec :

- $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$
- $\left(\widehat{\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2}}\right) = \beta$

On pose $\overrightarrow{U} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$

Q8. ***Dessiner la figure plane associée à cette nouvelle base.***

Q9. ***Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{U}$ dans $\mathscr{B}_0$, en utilisant les produits scalaires.***

Q10. ***Calculer $\overrightarrow{U} \wedge \overrightarrow{y_0}$.***