Devoir - Maison

Robot d'une chaîne de fabrication

On s'intéresse à un robot industriel d'une chaîne de fabrication de pare-brise (fig.1).

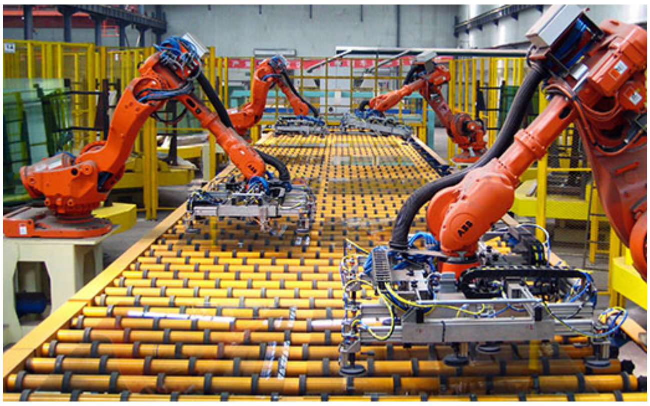

Figure 1

Ces robots sont fixés sur le sol, et peuvent se mouvoir pour manipuler des pare-brises au moyen d'un effecteur muni de ventouses (non étudié ici). On s'intéresse ici à la partie articulée du robot.

Vitesse du bout de l'effecteur du robot (à rendre)

Le robot est principalement composé de 5 ensembles (fig.2) :

- le bâti (0), fixé par rapport à la Terre, considéré comme notre référentiel principal,
- le socle tournant (1), permettant au robot de tourner *à l'horizontal*, autour de l'axe $(O,\overrightarrow{y_0})$,
- le bras (2), en rotation par rapport au socle tournant, autour de l'axe $(A,\overrightarrow{z_1})$,
- l'avant bras (3), en rotation par rapport au bras, autour de l'axe $(B,\overrightarrow{z_1})$,
- l'effecteur (non-étudié et non-représenté), situé au bout de l'avant bras (2), au niveau du point C.

On définit les repères suivants :

- le repère $R_0 = (O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0}\overrightarrow{z_0})$, attaché à la pièce (0),
- le repère $R_1 = (O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_1})$, attaché à la pièce (1),
- le repère $R_2 = (A,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_1})$, attaché à la pièce (2),
- le repère $R_3 = (B,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_1})$, attaché à la pièce (3).

(Note : On notera génériquement $\mathscr{B}_i$ la base associée au repère R_i)

On définit également le paramétrage angulaire suivant :

- $\alpha(t) = \left(\widehat{\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_1}}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}}\right)$, paramètre de rotation 1/0 autour de $(O,\overrightarrow{y_0})$,
- $\beta(t) = \left(\widehat{\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_2}}\right)$, paramètre de rotation 2/1 autour de $(A,\overrightarrow{z_1})$,
- $\gamma(t) = \left(\widehat{\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3}}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3}}\right)$, paramètre de rotation 3/2 autour de $(B\overrightarrow{z_1})$.

Remarque : Afin de simplifier la notation, on ne mettra pas la dépendance temporelle sur les fonctions des angles : $\alpha(t) \rightsquigarrow \alpha$. De même pour leurs dérivées : $\dot{\alpha}(t) \rightsquigarrow \dot{\alpha}$.

Enfin, on définit les longueurs suivantes :

$$\overrightarrow{OA} = h\overrightarrow{y_0} \qquad \overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{x_2} \qquad \overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{x_3}$$

Chaque liaison pivot est pilotée (soit par un moteur, soit par un vérin – voir partie suivante). On suppose ainsi que $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ sont des fonctions du temps connues.

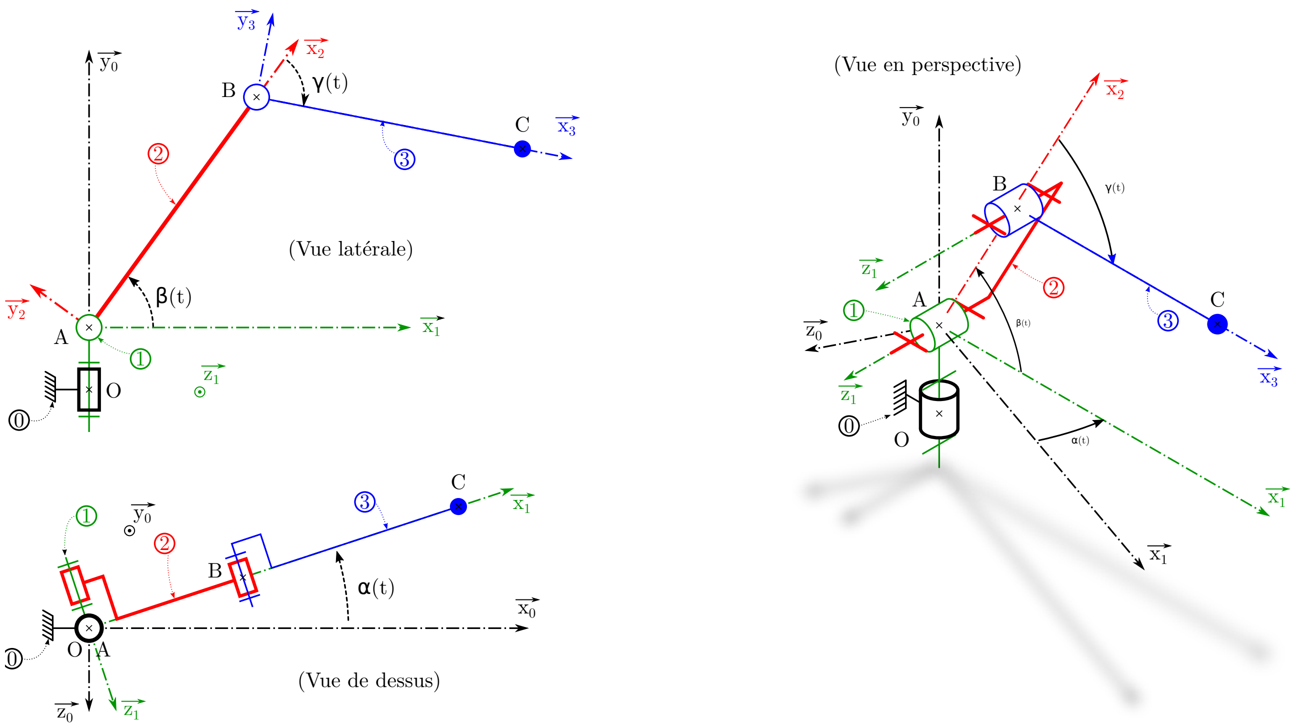

FIGURE 2

On souhaite calculer la vitesse du point C, situé au niveau de l'effecteur, c'est à dire à l'extrémité de l'avant bras (3).

$\boxed{\textbf{Q1.}}$ ***Réaliser une figure plane de rotation définissant $\alpha(t)$. Sur une même figure plane, définissez également $\beta(t)$ et $\gamma(t)$.***

$\boxed{\textbf{Q2.}}$ ***Calculer $\overrightarrow{\Omega_{(1/0)}}$, $\overrightarrow{\Omega_{(2/1)}}$, $\overrightarrow{\Omega_{(3/2)}}$, $\overrightarrow{\Omega_{(2/0)}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{(3/0)}}$.***

Les questions suivantes sont trois fois la même question, mais avec des méthodes différentes. Les résultats trouvés sont censés être les mêmes.

(Indice : le résultat est de la forme : $\overrightarrow{V_{(C\in 3/0)}} = \ldots \overrightarrow{z_1} + \ldots \overrightarrow{y_2} + \ldots \overrightarrow{y_3}$)

$\boxed{\textbf{Q3.}}$ ***Calculer $\overrightarrow{V_{(C\in 3/0)}}$, en fonction de $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$, par <u>dérivation vectorielle</u>. Pour cela, on prendra bien soin d'écrire le vecteur position avant la dérivation.***

$\boxed{\textbf{Q4.}}$ ***Calculer $\overrightarrow{V_{(C\in 3/0)}}$, en fonction de $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ par <u>composition des mouvements</u>. Pour cela, on rappellera préalablement chaque mouvement élémentaire, ainsi que leurs axes de rotation.***

$\boxed{\textbf{Q5.}}$ ***Calculer $\overrightarrow{V_{(C\in 3/0)}}$, en fonction de $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\gamma(t)$ par utilisation des <u>torseurs</u>. Pour cela :***

- ***on écrira le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(1/0)}\right\}$ au point A ;***
- ***on en déduira le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\}$ au point A ;***
- ***on en déduira le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(2/0)}\right\}$ au point B ;***
- ***on en déduira le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(3/0)}\right\}$ au point B ;***
- ***on en déduira le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{(3/0)}\right\}$ au point C ;***

Loi d'entrée-sortie (pour s'entraîner)

La liaison pivot 2/1 est pilotée au travers d'un vérin (4+5) (fig.3) qui n'était pas représenté dans la partie précédente.

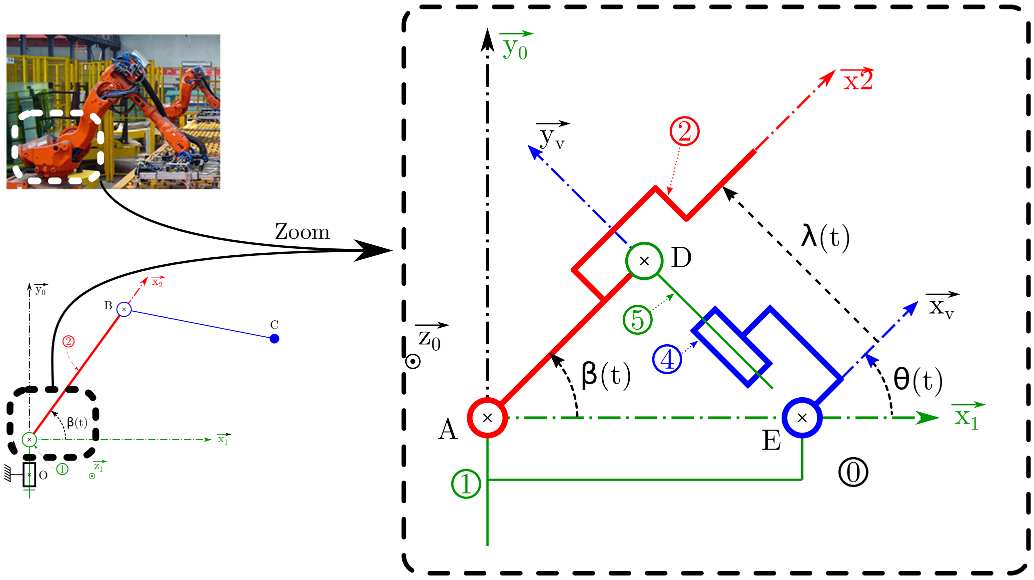

Figure 3

Le repérage est le même que précédemment. On ajoute les repères suivants :

- Le corps du vérin (4) est associé au repère $(E,\vec{x_v},\vec{y_v},\vec{z_1})$.
- La tige du vérin (5) est associée au repère $(D,\vec{x_5},\vec{y_v},\vec{z_5})$. Or, négligeant la rotation dans la liaison pivot-glissant (hypothèse de problème plan), On admettra que ce repère est égal à $(D,\vec{x_v},\vec{y_v},\vec{z_1})$

On donne les dimensions suivantes :

$$\overrightarrow{AE} = a\vec{x_1} \qquad \overrightarrow{AD} = r\vec{x_2} \qquad \overrightarrow{ED} = \lambda(t)\vec{y_v}$$

Les paramètres angulaires sont les mêmes que dans la partie précédente. On ajoute :

- $\theta(t)$: angle de rotation entre (4) et (1) autour de $(E,\vec{z_1})$, tel que : $\theta(t) = \left(\widehat{\vec{x_1},\vec{x_v}}\right) = \left(\widehat{\vec{y_0},\vec{y_v}}\right)$.

On souhaite connaître la loi d'entrée-sortie reliant l'angle d'inclinaison du bras $\beta(t)$ en fonction du paramètre de sortie de tige du vérin $\lambda(t)$.

Q6. ***Réaliser la figure plane de paramétrage pour $\theta(t)$.***

Q7. ***Par fermeture géométrique, trouver l'équation vectorielle de cette boucle cinématique.***

Q8. ***En déduire les deux équations scalaires projetées sur $\vec{x_1}$ et $\vec{y_0}$.***

Q9. ***En déduire l'équation reliant $\lambda(t)$ à $\beta(t)$ (en éliminant $\theta(t)$ qui est un paramètre inutile).***

Le cahier des charges indique que l'inclinaison du bras doit pouvoir varier de $\beta_{min} = 10\ °$ à $\beta_{max} = 90\ °$. On donne : $a = 0{,}3\,\text{m}$ et $r = 0{,}4\,\text{m}$.

Q10. ***Donner la course maximale du vérin, nécessaire pour respecter le cahier des charges.***

On se mets maintenant dans la configuration où $\beta = 45\ °$. Le bras doit se lever à une vitesse $\dot{\beta}(t) = 1{,}5\,\text{rad/s}$.

Q11. ***Donner la vitesse de sortie de tige du vérin en fonction de $\beta(t)$ et $\dot{\beta}(t)$. Faire ensuite l'application numérique.***

La pompe hydraulique utilisée pour faire sortir la tige du vérin possède un débit maximal de $Q = 1\,\mathrm{L/s}$. Le piston de la tige du vérin possède une section circulaire de diamètre $D = \varnothing 5\,\mathrm{cm}$.

Q12. ***La pompe utilisée est-elle suffisante pour faire sortir la tige du vérin à la bonne vitesse, dans le cas indiqué précédemment ?***