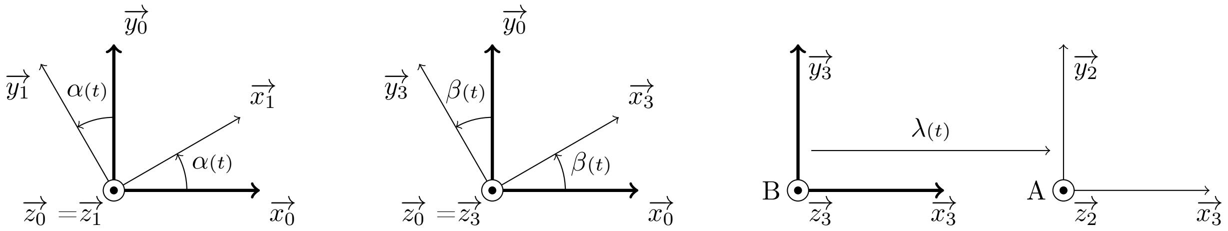
Vanne du barrage du Lac Kir CORRIGÉ

Q1. ***Figures planes***



Q2. ***Fermeture géométrique***

Procédons à la fermeture géométrique :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OO} = \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO}\\ &= (h\overrightarrow{y_0} - e\overrightarrow{x_0}) + \lambda(t)\overrightarrow{x_3} - L\overrightarrow{y_1}\end{aligned}$$

Exprimons dans la base $\mathscr{B}_0$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{0} =& h\overrightarrow{y_0} - e\overrightarrow{x_0} + \lambda(t)\left(\cos(\beta(t))\overrightarrow{x_0} + \sin(\beta(t))\overrightarrow{y_0}\right) - L\left(-\sin(\alpha(t))\overrightarrow{x_0} + \cos(\alpha(t))\overrightarrow{y_0}\right)\\ =& \left(-e + \lambda(t)\cos(\beta(t)) + L\sin(\alpha(t))\right)\overrightarrow{x_0}\\ &+ \left(h + \lambda(t)\sin(\beta(t)) - L\cos(\alpha(t))\right)\overrightarrow{y_0}\\ \Leftrightarrow& \begin{cases} 0 &= -e + \lambda(t)\cos(\beta(t)) + L\sin(\alpha(t)) \quad (\text{Proj.}/\overrightarrow{x_0})\\ 0 &= h + \lambda(t)\sin(\beta(t)) - L\cos(\alpha(t)) \quad (\text{Proj.}/\overrightarrow{y_0})\end{cases}\end{aligned}$$

On cherche une relation entre $\lambda(t)$ et $\alpha(t)$. Le paramètre $\beta(t)$ est un paramètre « inutile ». On va chercher à l'éliminer.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda(t)\cos(\beta(t)) &= e - L\sin(\alpha(t)) \quad (\text{eq.1})\\ \lambda(t)\sin(\beta(t)) &= -h + L\cos(\alpha(t)) \quad (\text{eq.2})\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \lambda(t)^2\left(\cos(\beta(t))^2 + \sin(\beta(t)^2)\right) = (e - L\sin(\alpha(t)))^2 + (-h + L\cos(\alpha(t)))^2 \qquad (\text{eq.1})^2 + (\text{eq.2})^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda(t)^2 = (e - L\sin(\alpha(t)))^2 + (-h + L\cos(\alpha(t)))^2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\lambda(t) = \sqrt{(e - L\sin(\alpha(t)))^2 + (-h + L\cos(\alpha(t)))^2}}$$

Q3. ***Graphe de la loi entrée/sortie***

(Voir fig.1)

Q4. ***Valeurs extrêmes de $\lambda(t)$***

$$\lambda_{min} = \lambda(\alpha = -10°) = \boxed{1{,}14\,\text{m}}$$

$$\lambda_{max} = \lambda(\alpha = -45°) = \boxed{3{,}55\,\text{m}}$$

Q5. ***Course $\Delta\lambda$***

$$\Delta\lambda = \lambda_{max} - \lambda_{min} = 3{,}55 - 1{,}14 = \boxed{2{,}41\,\text{m}}$$

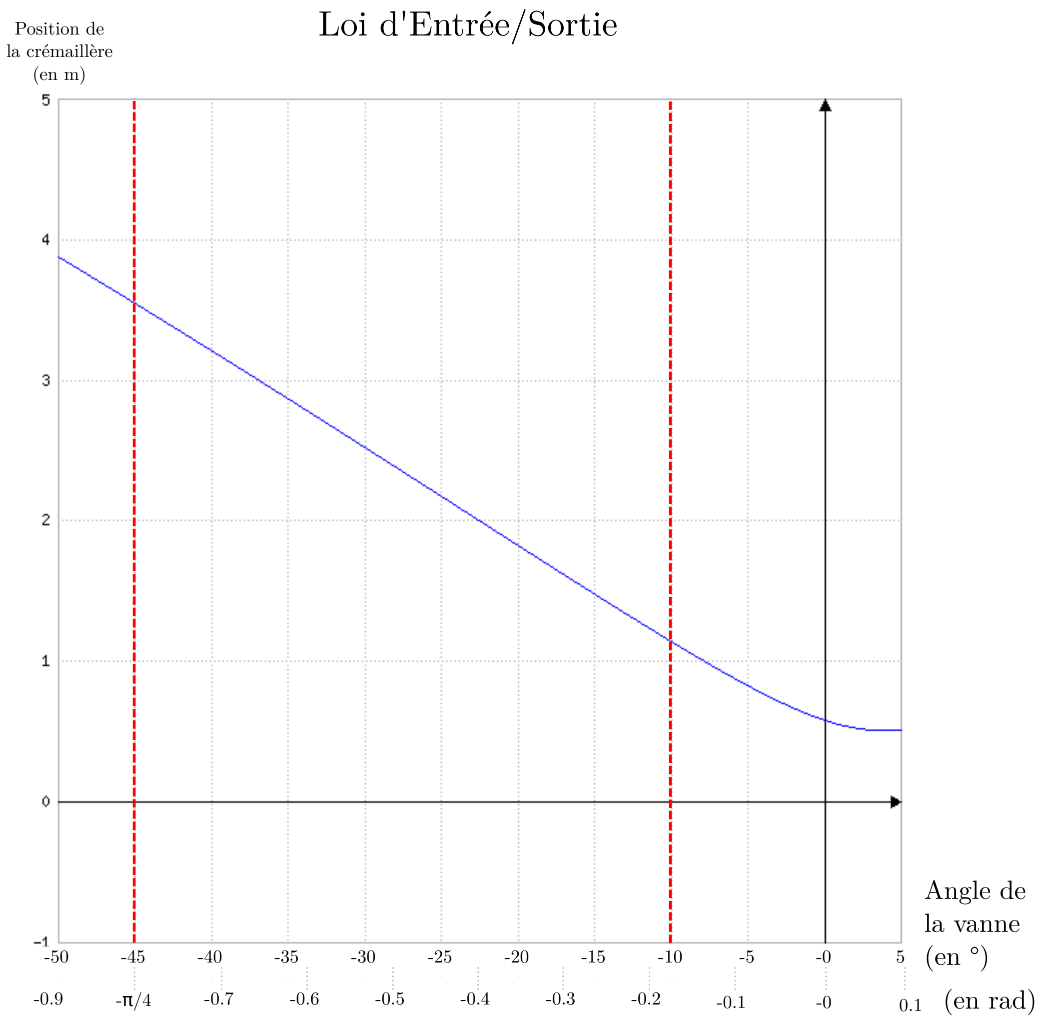

Loi d'Entrée/Sortie
Position de
la crémaillère
(en m)
5
4
3
2
1
0
-1
-50 -45 -40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 -0 5
-0.9 -π/4 -0.7 -0.6 -0.5 -0.4 -0.3 -0.2 -0.1 -0 0.1
Angle de
la vanne
(en °)
(en rad)

FIGURE 1