

DEVOIR - MAISON
Barrage du lac Kir

1 Introduction

Le lac Kir (fig.1a) est la principale étendue d'eau de l'agglomération de Dijon. Ce lac artificiel a été construit par le maire de l'époque, Félix Kir, sur le lit de la rivière Ouche et fut inauguré en 1964. De forme allongée, ce lac se termine par un barrage composée de deux vannes de 13 m de large chacune (fig.1b). Ces vannes permettent la régulation du niveau du Lac en cas de crue.



(a) Photo du lac Kir.

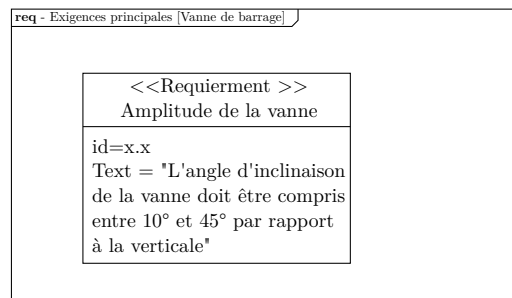


(b) Vanne de sortie du lac.

FIGURE 1

Les vannes sont motorisées au travers d'un système pignon-crémaillère. Les crémaillères sont accrochées aux extrémités hautes de la vanne afin de la « tirer » (refermer) ou de la laisser descendre (ouvrir) sous le poids de l'eau.

Cahier des Charges Fonctionnel :



Objectif : La crémaillère (2) se résume à une barre métallique, dont on a usiné des dents d'engrenage sur une longueur $\Delta\lambda$. On souhaite déterminer la valeur de $\Delta\lambda$ afin de respecter le cahier des charges.

2 Modélisation et paramétrage

Le mécanisme d'ouverture de la vanne du barrage peut se ramener à un problème plan, représenté par les figures 2.

On donne le paramétrage suivant :

- **Digue (0) :**
 - Repère associé : $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ (on notera \mathcal{B}_0 la base associée).
 - Données géométriques : $\vec{OB} = h\vec{y}_0 - e\vec{x}_0$.
- **Vanne (1) :**
 - Repère associé : $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ (on notera \mathcal{B}_1 la base associée).
 - \mathcal{B}_1 est l'image de \mathcal{B}_0 par une rotation autour de $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.
 - On définit l'angle $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
 - Données géométriques : $\vec{OA} = L\vec{y}_1$.
- **Ensemble moteur (3) :**
 - Repère associé : $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ (on notera \mathcal{B}_3 la base associée).
 - \mathcal{B}_3 est l'image de \mathcal{B}_0 par une rotation autour de $\vec{z}_0 = \vec{z}_3$.
 - On définit l'angle $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.
- **Crémaillère (2) :**
 - Repère associé : $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ (on notera \mathcal{B}_2 la base associée).
 - La crémaillère est en liaison glissière avec l'ensemble moteur (3). On en déduit que $\mathcal{B}_2 = \mathcal{B}_3$.
 - On définit le paramètre $\lambda(t)$ tel que : $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$.

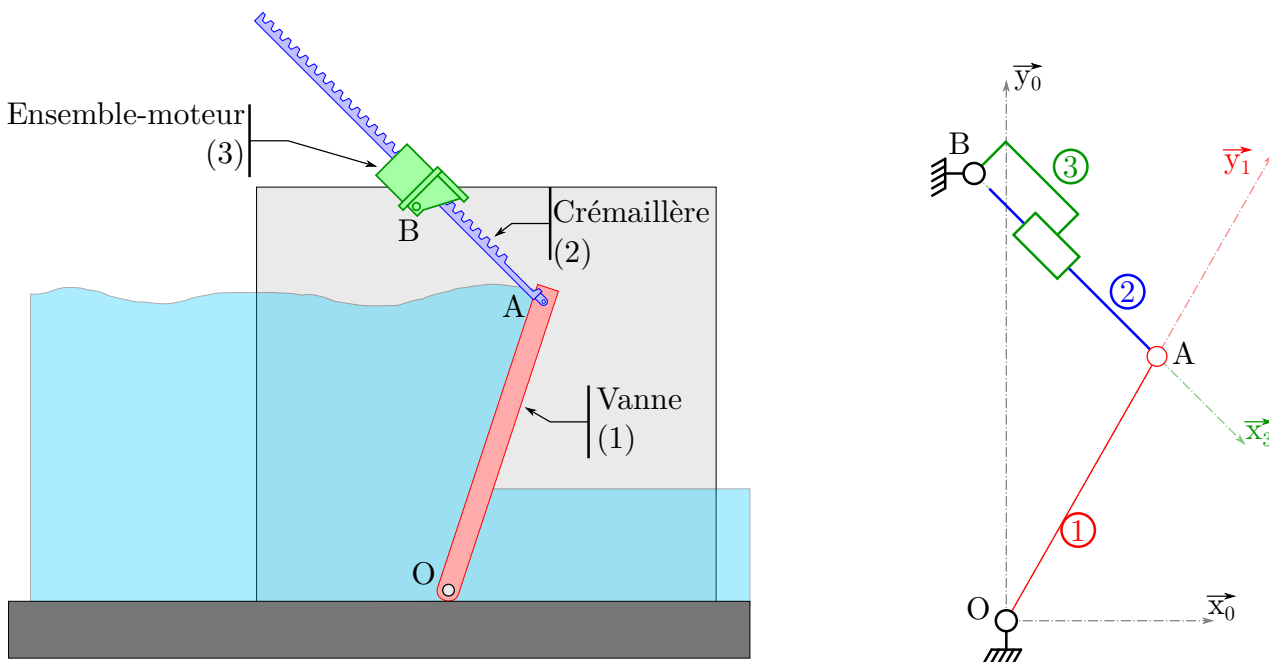


FIGURE 2

3 Travail demandé

Q1. Tracer les figures planes de paramétrage représentant les paramètres cinématiques : $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\lambda(t)$.

Q2. *Par fermeture géométrique, proposer une loi d'entrée/sortie permettant de relier l'angle de la vanne ($\alpha(t)$) avec le paramètre de sortie de la crémaillère ($\lambda(t)$) en fonction des constantes (h , L et e).*

Pour la suite, on donne les valeurs suivantes : $h = 4,5 \text{ m}$ $L = 4 \text{ m}$ $e = 0,3 \text{ m}$

Q3. *Tracer l'allure de $\lambda(t)$ en fonction de $\alpha(t)$ (On pourra tracer la courbe sur calculatrice ou sur ordinateur puis recopier l'allure à main levée), sur l'intervalle correspondant au cahier des charges. (On fera attention aux signes : le cahier des charges est exprimé en valeur absolue)*

Q4. *Quelles sont (par le calcul) les valeurs extrêmes de $\lambda(t)$ pour respecter le cahier des charges ?*

Q5. *En déduire la course $\Delta\lambda$ (c'est à dire la différence entre ces valeurs extrêmes) qu'il faudra usiner sur la crémaillère.*