

DEVOIR - MAISON
Passerelle suspendue

I. Mise en situation

Pour accueillir des manifestations toujours plus importantes, les villes se dotent de salles de spectacles de grande contenance. Ainsi, les « Zéniths » (nom donné aux salles répondant à un certain cahier des charges – comme la capacité d’avoir au moins 3000 places modulables, par exemple) ont vu le jour depuis les années 80.



Passerelles suspendue via des poutres installées « en treillis ».

Ces salles polyvalentes doivent être capables de s’adapter aux besoins des différents événements. Parmi les adaptations nécessaires, il y a la nécessité d’accrocher des projecteurs, rideaux, appareils suspendus, lâchés de ballon, etc.

Pour cela, un ensemble de passerelles jonche le plafond, permettant d’installer ces accessoires.

On s’intéresse ici au dimensionnement des suspentes d’une passerelle suspendue (plus simple que celle présentée sur la photo ci-contre).

II. Modélisation

On modélise la passerelle par un problème plan (fig.1b).

La passerelle, de longueur $L = 3\text{ m}$ est soumise à son propre poids, notée $P_p = 2000\text{ N}$, appliqué en son centre de gravité G .

Elle est également soumise au poids d’une charge supplémentaire à porter (homme, projecteur, etc.), notée $P_c = 10000\text{ N}$ (valeur max), située à un position x_c de l’extrémité gauche.

Les suspentes seront nommées « A » et « B », en référence aux points auxquelles elles sont accrochées. Chaque suspente a une longueur à vide $h = 3\text{ m}$.

On suppose que les suspentes sont attachées au plafond (d’un côté) et à la passerelle (de l’autre côté) via des liaisons sphériques.

III. Calcul de l’effort dans les suspentes

On se place dans les hypothèses évoquées précédemment. Dans toute cette partie, on ne fera que des calculs littéraires.

Q1. *En isolant la passerelle, faire un bilan des actions mécaniques sous forme de torseurs. On fera également un schéma (similaire à la figure 1b) représentant les composantes de ces actions (même inconnues).*

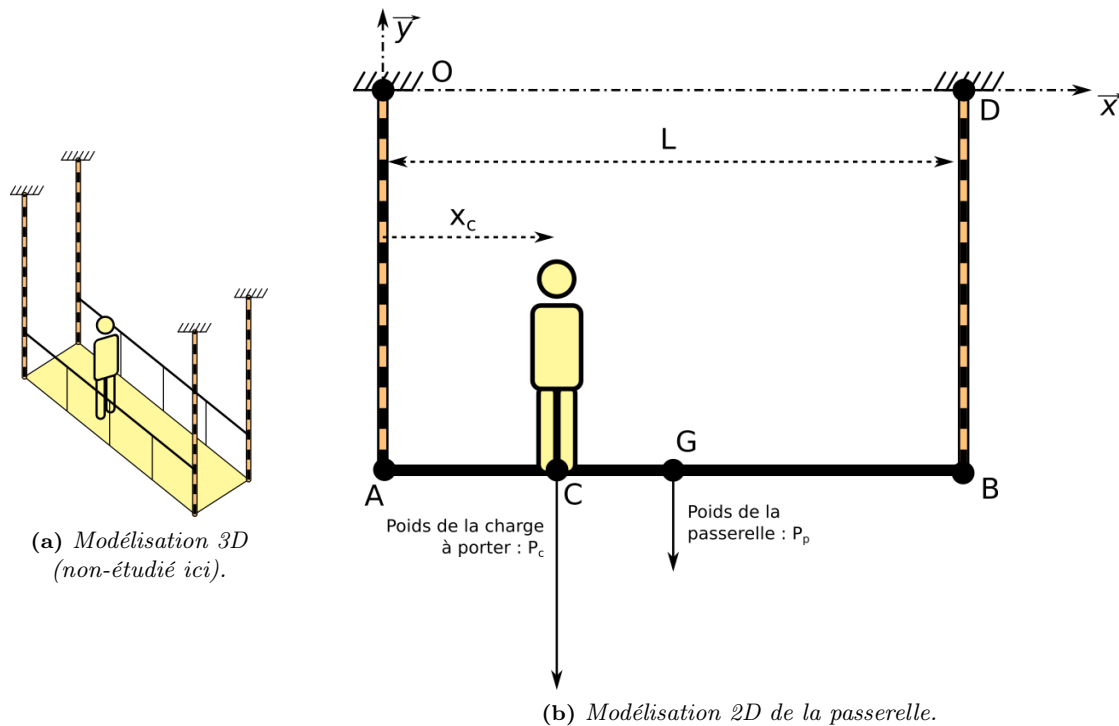


FIGURE 1

Q2. Déterminer les 3 équations scalaires régissant le problème plan.

Q3. En déduire (littéralement) les efforts F_A et F_B , subit respectivement par les suspentes A et B, en fonction de P_c , x_c , P_p et L .

Q4. Pour quelles positions de la charge (i.e. quelles valeurs de x_c) les suspentes sont-elles les plus sollicitées? Donner alors la valeur littérale de l'effort maximal que peut recevoir une suspente, ainsi que sa valeur numérique.

IV. Dimensionnement du câble

Quelque soit le résultat précédent, on prendra pour la suite une force maximale de $F_A = 12000 \text{ N}$ dans la suspente reliée au point A.

On souhaite dimensionner le diamètre de la suspente A pour ne pas qu'elle s'endommage. On se place dans le cas défavorable calculé précédemment. Les suspentes sont réalisées dans un matériau souple dont les caractéristiques sont données dans la courbe d'essai de traction fig.2.

Q5. À partir de la courbe de la figure 2, donner les caractéristiques suivantes :

- le module de Young E ,
- la limite élastique R_e ,
- la limite de rupture R_m ,
- l'allongement en pourcent $A\%$.

Chaque suspente ne doit pas être endommagée (i.e. ne doit pas plastifier) durant sa phase d'utilisation.

Q6. En déduire la surface minimal de la section de la suspente A. Sachant que chaque suspente est cylindrique, quelle doit en être le diamètre minimal ?

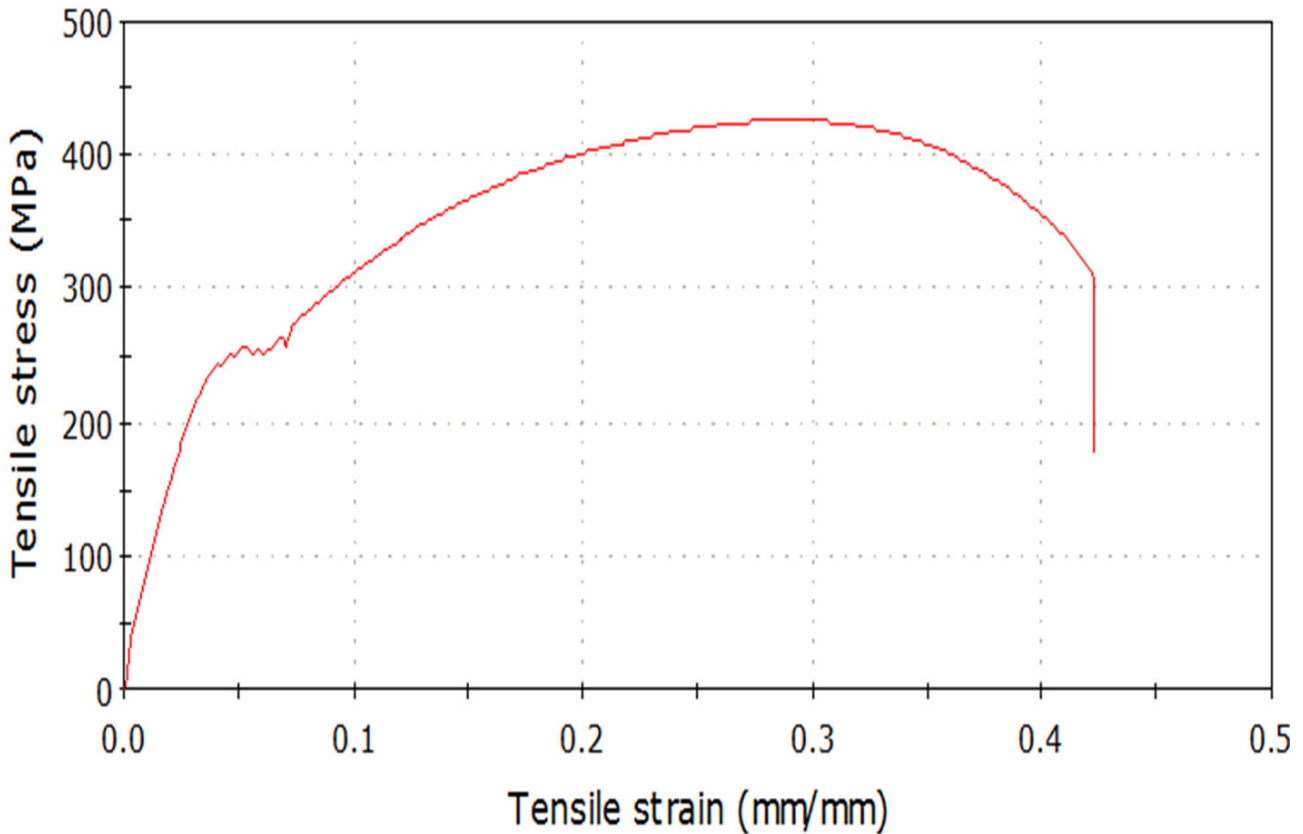


FIGURE 2 – Essai de traction sur une éprouvette du matériau utilisé pour les suspentes.

Le cahier des charges stipule un coefficient de sécurité de 4 sur la limite élastique.

Q7. *Quel diamètre retiendra-t-on dans ce cas ?*

V. Inclinaison de la passerelle

Quelques soient les résultats obtenus précédemment, on suppose que chaque suspente a un diamètre $D = \varnothing 15$ mm.

On souhaite accrocher un projecteur de poids $P_c = 1000$ N à une distance $x_c = 0,5$ m. L'allongement déséquilibré des suspentes crée un défaut de position de la passerelle : elle penche légèrement.

On se place dans l'hypothèse de petits déplacements, toujours dans un problème plan.

Q8. *Calculer numériquement les efforts F_A et F_B auxquels sont soumis respectivement les suspentes A et B*

Q9. *En déduire numériquement les contraintes normales, notées σ_A et σ_B .*

Q10. *En déduire numériquement l'allongement relatif de chaque suspente, notées ε_A et ε_B .*

Q11. *Calculer numériquement le déplacement vertical des points A et B. On les nommera respectivement U_A et U_B .*

On appelle $d\theta$ la petite rotation (inconnue) autour de \vec{z} .

Q12. *Après avoir exprimé littéralement les torseurs de petits-déplacements de la passerelle en A et B , déterminer $d\theta$ en fonction de U_A et U_B et des dimensions de l'ensemble. Faire ensuite l'application numérique.*

Le cahier des charges stipule une rotation autorisée de la passerelle de $0,5^\circ$ maximum.

Q13. *Le cahier des charges est-il respecté ?*