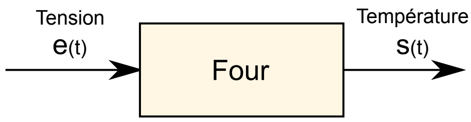
Devoir - Maison

SLCI
Comportement d'un four

Un four thermique électrique (four de cuisine) permet d'obtenir une température (considérée comme paramètre de sortie, notée $s(t)$) à partir d'une résistance chauffante. Cette résistance est alimentée par une tension électrique (considérée comme paramètre d'entrée, notée $e(t)$). La température va donc varier en fonction de la tension d'alimentation et du temps.



La relation d'entrée-sortie entre ces deux grandeurs est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\tau \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} + s(t) = K e(t) \qquad (1)$$

où :
- $s(t)$ représente la température au cours du temps (exprimé en $^\circ C$),
- $e(t)$ représente la tension électrique au cours du temps (en V),
- K et τ sont des constante ($K = 2\ {}^\circ C\,\mathrm{V}^{-1}$ et $\tau = 300\,\mathrm{s}$). **On gardera au maximum les notations littérales !**
- le temps est exprimé en s.

On souhaite tracer l'évolution de la température de sortie en fonction de la tension sur la résistance.

• **Hypothèse :** On se placera dans les conditions de Heaviside pour $s(t)$ et $e(t)$.

• **Notation :** on notera génériquement les fonctions temporelles en minuscule (par exemple $e(t)$) et les fonctions dans le domaine de Laplace en majuscule (par exemple $E(p)$).

Q1. ***Expliciter, dans notre cas, les conditions d'Heaviside vis à vis de $s(t)$ et $e(t)$. Expliquez en quoi cette hypothèse peut-être critiquée pour $s(t)$ (bien qu'on la gardera).***

Q2. ***Réécrire l'équation 1 dans le domaine de Laplace.***

Q3. ***En déduire l'expression de $S(p)$ en fonction de $E(p)$.***

Le cuisinier décide d'allumer le four. Il tourne le bouton d'alimentation qui fait passer la tension d'entrée $e(t)$ instantanément de $0\,\mathrm{V}$ à $T = 100\,\mathrm{V}$ à la date $t = 0\,\mathrm{s}$. Passé cette date, le cuisinier ne touche plus au bouton (il laisse la tension à $100\,\mathrm{V}$). Il attend alors que le four chauffe.

Q4. ***Par quelle fonction connue peut-on représenter $e(t)$? La représenter schématiquement sur un graphe.***

Q5. ***Donner alors l'expression temporelle de $e(t)$, puis dans le domaine de Laplace $E(p)$.***

Q6. ***En déduire la valeur de $S(p)$, dans le domaine de Laplace.***

Comme $S_{(p)}$ ne peut pas être directement ramené dans le domaine temporel, on propose de faire une décomposition en éléments simples.

$\boxed{\textbf{Q7.}}$ ***Après avoir factorisé au maximum, proposer une décomposition en éléments simple de $S_{(p)}$. (on ne demande pas de calculer les coefficients dans cette question, que l'on notera A, B, etc.)***

$\boxed{\textbf{Q8.}}$ ***Calculer chacun des coefficients.***

$\boxed{\textbf{Q9.}}$ ***En déduire littéralement la fonction temporelle $s_{(t)}$.***

$\boxed{\textbf{Q10.}}$ ***Tracer l'allure de $s_{(t)}$ sur $[0\,s; 1000\,s]$.***