DEVOIR - MAISON

DM – Comportement du bras robot ERICC

Ceci est un Devoir Maison à faire pendant les vacances. Vous avez le temps de chercher. Ainsi, toute les questions non-abordées seront assujetties à une forte pénalité.

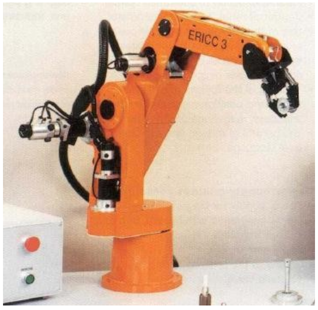
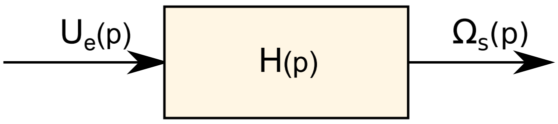


FIGURE 1 – *Bras robot ERICC.*

Le robot ERICC (fig.1) permet de déplacer des objets dans un atelier de production. L'étude porte sur l'asservissement en rotation d'un bras de ce robot.

1 Étude du moteur

Le mouvement de rotation est assuré par un moteur électrique. Pour ce moteur, l'entrée est la tension d'alimentation $u_e(t)$ (attention à ne pas confondre avec un échelon $\mathbf{u(t)}$), la sortie est la vitesse de rotation $\omega_s(t)$ du bras. La fonction de transfert du bras est notée $H(p)$.



Les équations différentielles modélisant le moteur sont :

$$u_e(t) = e(t) + Ri(t) \tag{1}$$

$$J\,\frac{\mathrm{d}\omega_s(t)}{\mathrm{d}t} = c_m(t) - f\omega_s(t) \tag{2}$$

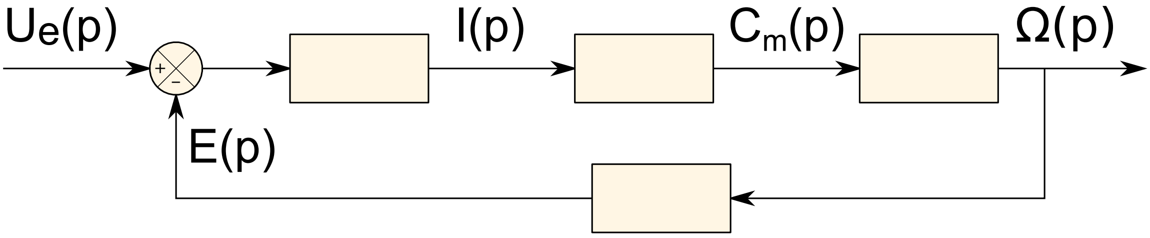
$$c_m(t) = K_c i(t) \tag{3}$$

$$e(t) = K_e \omega_s(t) \tag{4}$$

où :
- $i(t)$: courant électrique dans l'induit (=bobinage du moteur),
- $e(t)$: force électro-motrice (effet electro-mécanique qui crée une tension supplémentaire dans le moteur)
- f : coefficient de frottement visqueux (=qui freine le moteur)
- K_e : constante de force contre électromotrice (= c'est une constante définie par le constructeur du moteur...)
- R : résistance aux bornes de l'induit
- J : moment d'inertie (=Inertie en rotation)
- $c_m(t)$: couple moteur (=force de rotation que le moteur est capable de fournir)
- K_c : constante de couple (= c'est une autre constante définie par le constructeur du moteur...)

Q1. ***Écrire les quatre équations différentielles précédentes dans le domaine de Laplace, en supposant les conditions initiales nulles. On notera par des majuscules les transformées de Laplace des fonctions du temps (ex : $e(t)$ donne $E(p)$).***

Q2. ***Recopier et compléter les blocs du schéma-bloc suivant, ayant comme entrée $U_e(p)$ et sortie $\Omega_s(p)$.***



Q3. ***Calculer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Omega_s(p)}{U_e(p)}$.***

Q4. ***Déterminer l'ordre de la fonction de transfert $H(p)$ et calculer son gain statique et sa constante de temps.***

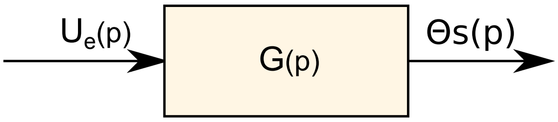
Dans la suite, on prendra $H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p} = \dfrac{2}{1+0{,}5p}$. On réalise un test en prenant un signal d'entrée : $u_e(t) = U_{e_0}\,\mathbf{u(t)}$, où U_{e_0} est une constante représentant une tension de $U_{e_0} = 10\,\mathrm{V}$.

Q5. ***Tracez l'allure de la réponse $\omega_s(t)$, en précisant ses éléments caractéristiques (on ne demande pas de retrouver l'équation temporelle).***

Soit $\theta_s(t)$ l'angle de rotation du bras. On suppose ses conditions initiales nulles également.

Q6. ***Quelle relation simple a-t-on entre la vitesse de rotation $\omega_s(t)$ et la rotation $\theta_s(t)$? Exprimer cette relation dans le domaine de Laplace.***

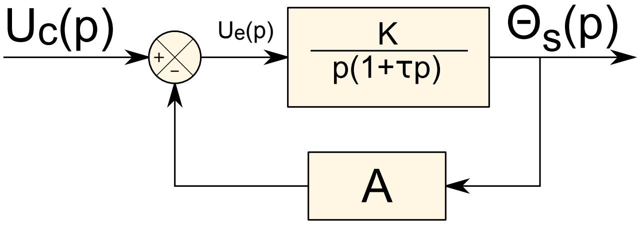
Q7. ***Exprimer la fonction de transfert $G(p) = \dfrac{\Theta_s(p)}{U_e(p)}$ en fonction de K, τ et p.***



Q8. ***Déterminer la réponse indicielle[1] de $\theta_s(t)$.***

2 Asservissement en position

On décide alors d'asservir l'angle de rotation du bras à une tension consigne notée $u_c(t)$ par l'intermédiaire d'un capteur de position angulaire de gain A (en $\mathrm{V/rad}$). Cela permet ainsi de piloter la position du bras à partir de cette tension.



1. On rappelle que la réponse indicielle est la réponse temporelle du système soumis à un échelon unitaire. C'est un terme à connaître !

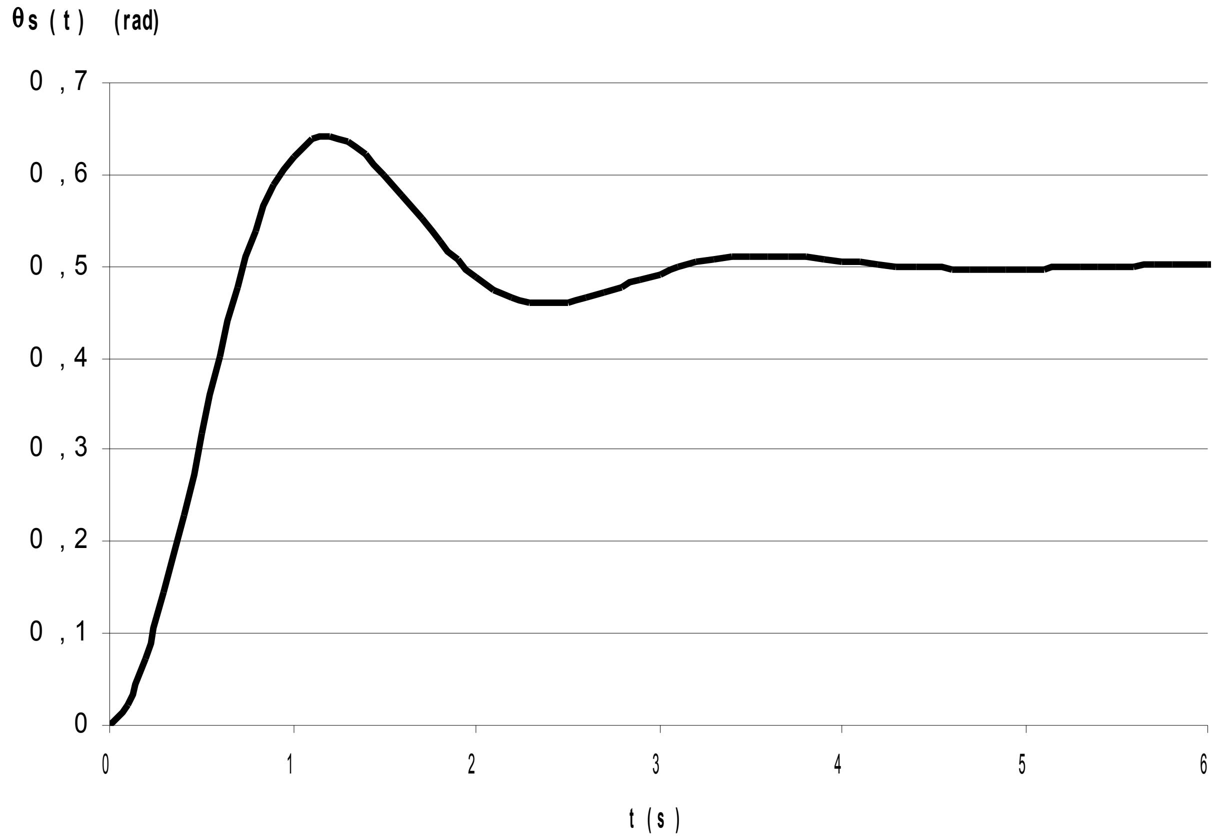
Q9. ***Déterminer la fonction de transfert*** $F(p) = \dfrac{\Theta_s(p)}{U_c(p)}$

Q10. ***Montrer que*** $F(p)$ ***est une fonction de transfert du*** $2^{\text{ème}}$ ***ordre en la mettant sous sa forme canonique.***

Q11. ***Calculer son gain (que l'on notera*** K_1***), sa pulsation propre (***ω_0***) ainsi que son coefficient d'amortissement (***z***) en fonction de*** K***,*** τ ***et*** A

La réponse indicielle à un échelon de tension $u_c(t) = 1\,\mathrm{V}$ est donnée ci-après.

Q12. ***Identifier les paramètres*** K_1***,*** z ***et*** ω_0 ***à partir de la courbe en utilisant les formules de calcul du*** 1^{er} ***dépassement.***



3 Diagramme de Bode

Pour régler les performances du système, le diagramme de Bode de la boucle ouverte est un outil efficace (voir programme de $2^{\text{ème}}$ année). Dans ce devoir, on souhaite simplement tracer ce diagramme.

Pour les questions suivantes, on répondra en faisant directement l'application numérique. Quelques soient les résultats précédents, on pose : $A = 2\,\mathrm{V/rad}$, $K = 2\,\mathrm{rad/V}$ et $\tau = 0{,}5\,\mathrm{s}$.

Q13. ***Énumérer (numériquement) les fonctions de transfert « élémentaires » qui interviennent dans la FTBO.***

Q14. ***Pour chacune de ces fonctions élémentaires, expliquer leur comportement dans le diagramme de Bode, au voisinage de*** $\omega = 0\,rad/s$***, au voisinage de*** $\omega \mapsto +\infty$***, et aux pulsations de coupure (le cas échéant). On pourra, par exemple, faire un tableau récapitulatif.***

$\boxed{\textbf{Q15.}}$ ***Pour chacune de ces fonctions de transfert, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode (sur le*** 1^{er} ***diagramme de Bode du document-réponse). On utilisera une couleur différente pour chaque fonction et on prendra soin d'annoter le diagramme (pulsations remarquables, pentes, asymptotes etc.)***

$\boxed{\textbf{Q16.}}$ ***Tracer le diagramme asymptotique (en trait plein)*** et ***réel (en pointillés) de Bode pour la FTBO entière (sur le*** 2^{nd} ***diagramme de Bode du document-réponse). On prendra soin d'annoter le diagramme (pulsations remarquables, pentes, etc.)***